全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第一册 RJB

江西美术出版社
全国百佳图书出版单位

图书介绍

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习 知识导学 素养初识

◆ **知识点一 两个空间向量的夹角**

1. 定义：给定两个非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，在空间中任选一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则大小在 $[0,\pi]$ 内的 $\angle AOB$ 称为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的________，记作________.

2. 如果 $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\pi}{2}$，则称向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$________，记作________.

3. 规定：零向量与任意向量都垂直.

◆ **知识点二 空间向量的数量积及性质**

1. 定义：两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积（也称为内积）定义为________________.

规定：零向量与任意向量的数量积为 0.

2. 投影：一般地，给定空间向量 $\boldsymbol{a}$ 和空间中的直线 l（或平面 α），过 $\boldsymbol{a}$ 的始点和终点分别作直线 l（或平面 α）的垂线，假设垂足为 A,B，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 称为 $\boldsymbol{a}$ 在直线 l（或平面 α）上的投影.

$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积等于 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影的数量与 $\boldsymbol{b}$ 的长度的________.

3. 空间向量数量积的性质

(1) $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow$________.

(2) $\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=$________.

(3) $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$.

(4) $(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})$.

(5) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$（交换律）.

(6) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$（分配律）.

注：不满足结合律 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$.

【诊断分析】 判断正误.（正确的打"√"，错误的打"×"）

(1) 对于向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则一定有 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$. （　）

(2) 对于非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$. （　）

(3) 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$，则 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 是钝角. （　）

(4) 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 均为非零向量，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$ 是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件. （　）

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ **探究点二 求双曲线的离心率**

例 2 (1) 双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$ 的离心率为 （　）

A. $\dfrac{2}{3}$　B. $\dfrac{3}{2}$　C. 2　D. $\dfrac{5}{2}$

变式 (1) 若双曲线 C 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，则 C 的虚轴长与焦距之比为 （　）

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　B. $\sqrt{5}$　C. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(2)［2026·甘肃白银高二期末］已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，P 是 C 上一点，$PF_1\perp PF_2$，$|PF_1|+|PF_2|=10a$，则 C 的离心率为 （　）

A. $\sqrt{14}$　B. $\sqrt{13}$

C. $2\sqrt{3}$　D. 3

[素养小结]

求双曲线的离心率时，通常将已知的双曲线的几何关系转化为关于双曲线的基本量 a,b,c 的方程或不等式，利用 $b^2=c^2-a^2$ 和 $e=\dfrac{c}{a}$ 转化为关于 e 的方程或不等式，通过解方程或不等式求得离心率的值或取值范围.

◆ **探究点三 求双曲线的渐近线方程**

例 3 (1)［2026·河北邢台高二期中］点 $(1,0)$ 到双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的一条渐近线的距离为 （　）

A. $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$　B. $\dfrac{1}{13}$　C. $\dfrac{2}{13}$　D. $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

变式 (1) 设 F_1,F_2 分别是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，若双曲线右支上存在一点 P 满足 $|PF_2|=|F_1F_2|$，且 $\cos\angle PF_1F_2=\dfrac{4}{5}$，则双曲线的渐近线方程为 （　）

A. $3x\pm4y=0$　B. $4x\pm3y=0$

C. $3x\pm5y=0$　D. $5x\pm4y=0$

[素养小结]

双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，双曲线 $\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{a}{b}x$，两者容易记混，可将双曲线方程中的"1"换成"0"，然后因式分解即得渐近线方程.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型五　与圆有关的对称问题**

[类型总述] (1)点线对称;(2)直线与圆.

例 5 (1)已知圆 $C:(x-3)^2+y^2=4$,则圆 C 关于直线 $y=x$ 对称的圆的方程为____________.

(2)在平面直角坐标系 xOy 中,圆 $C_1:x^2+y^2=2$ 关于直线 l 对称的圆为 $C_2:x^2+y^2+2x-4y+3=0$,则 l 的方程为____________.

变式 过直线 $y=2x$ 上的点 P 作圆 $C:(x+2)^2+(y-4)^2=4$ 的两条切线 l_1,l_2,当直线 l_1 与 l_2 关于直线 $y=2x$ 对称时,点 P 的坐标为　(　　)

A. $\left(\frac{3}{5},\frac{6}{5}\right)$　　B. $\left(\frac{6}{5},\frac{12}{5}\right)$

C. $(1,2)$　　D. $\left(\frac{3}{2},3\right)$

◆ **题型六　圆中的最值问题**

[类型总述] (1)圆系方程;(2)公共弦;(3)垂径定理.

例 6 (1)[2026·郑州高二期中] 已知 x,y 满足 $x^2+y^2-2\sqrt{2}x-2\sqrt{2}y+3=0$,则 $\frac{x}{y}$ 的最小值为　(　　)

A. $2-\sqrt{3}$　　B. $2-\sqrt{2}$

C. $2+\sqrt{2}$　　D. $2+\sqrt{3}$

(2)[2023·全国乙卷] 已知实数 x,y 满足 $x^2+y^2-4x-2y-4=0$,则 $x-y$ 的最大值是　(　　)

A. $1+\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　B. 4

C. $1+3\sqrt{2}$　　D. 7

04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

基础巩固

1. 直线 $2x-y+k=0$ 和直线 $4x-2y+1=0$ 的位置关系是　(　　)

A. 平行

B. 不平行

C. 平行或重合

D. 既不平行也不重合

综合提升

★11. 直线 l 被直线 $l_1:4x+y+3=0$ 和 $l_2:3x-5y-5=0$ 截得的线段的中点为 $P(-1,2)$,则直线 l 的斜率为　(　　)

A. 1　　B. 3

C. -3　　D. -2

思维探索

15. 已知 $P(2,3)$是两条直线 $l_1:a_1x+b_1y+1=0$ 与 $l_2:a_2x+b_2y+1=0$ 的交点,则过 $A(a_1,b_1)$,$B(a_2,b_2)$两点的直线方程为____________.

16. (15 分)已知直线 $l_1:ax-y+b=0$,$l_2:bx+y+a=0(a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R})$.

(1)判断直线 l_1 与 l_2 能否平行?并说明理由.

(2)若直线 l_1 与 l_2 重合,求证:点 $P(a,b)$与点 $Q(b,a)$在同一条直线上.

(3)求证:直线 l_1 与 l_2 的交点的轨迹是一条直线.

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题(一)

范围 1.1

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,1,0)$,$\boldsymbol{b}=(2,0,-2)$,则$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=$　(　　)

A. 0　　B. 2

C. 1　　D. -1

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-3,2,7)$,$\boldsymbol{b}=(1,x,-1)$,且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,则 x 的值为　(　　)

A. 4　　B. -4

C. 5　　D. -5

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

8. 设空间两个单位向量 $\overrightarrow{OA}=(m,n,0)$,$\overrightarrow{OB}=(0,n,p)$与向量 $\overrightarrow{OC}=(1,1,1)$的夹角都等于 $\frac{\pi}{4}$,则 $\cos\angle AOB$ 的值可能为　(　　)

A. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$

CONTENTS 目录

01 第一章　空间向量与立体几何
PART ONE

02 第二章　平面解析几何
PART TWO

本书精选带★题目,助力学生规避易错、掌握方法、总结结论

测 评 卷

第一章　空间向量与立体几何

1.1　空间向量及其运算

1.1.1　空间向量及其运算

第 1 课时　空间向量的概念及线性运算

基础巩固

1. 下列说法中正确的是　（　）

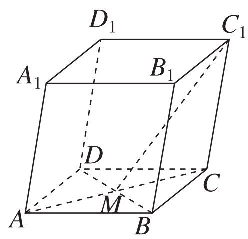
A. 空间向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 的长度相等

B. 将空间中所有的单位向量平移到同一个起点，则它们的终点构成一个圆

C. 空间向量就是空间中的一条有向线段

D. 不相等的两个空间向量的模必不相等

2. [2026·天津滨海新区高二月考] 如图，在斜棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，AC 与 BD 的交点为 M，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{MC_1}=$　（　）



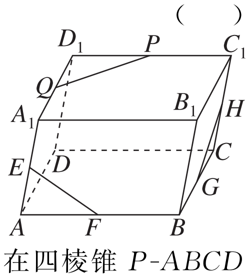
A. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

B. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

C. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

D. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

3. 如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，G，H，P，Q 分别是 A_1A，AB，BC，CC_1，C_1D_1，D_1A_1 的中点，则　（　）



A. $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

B. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{GH}-\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

C. $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GH}-\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

D. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

4. [2026·河南新乡高二月考] 在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$AC\cap BD=O$，则 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=$　（　）

A. $2\overrightarrow{OP}$　　B. $2\overrightarrow{PO}$

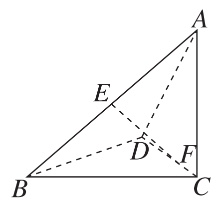
C. $4\overrightarrow{OP}$　　D. $4\overrightarrow{PO}$

5. 在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，下列各组向量一定不共面的是　（　）

A. $\overrightarrow{AD_1}$，$\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{AC_1}$，$\overrightarrow{A_1B}$

C. $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BB_1}$，$\overrightarrow{CD_1}$　　D. $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AA_1}$

6. [2025·河北保定高二期中] 如图，在四面体 $ABCD$ 中，E 是棱 AB 的中点，F 是棱 CD 上一点，且 $\overrightarrow{CF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$，则 $\overrightarrow{EF}=$　（　）



A. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

D. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

7. (多选题)已知正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 的中心为 O，则下列各结论中正确的有　（　）

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量

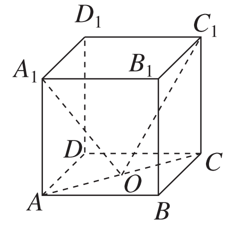
B. $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA'}-\overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量

C. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OC'}+\overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量

D. $\overrightarrow{OA'}-\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量

8. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 互相平行，其中 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{c}$ 同向，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 反向，$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{c}|=1$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$________.

9. 如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为 AC 的中点.



(1)化简：$\overrightarrow{A_1O}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=$________；

(2)用 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AA_1}$ 表示 $\overrightarrow{OC_1}$，则 $\overrightarrow{OC_1}=$____________.

班级	
姓名	

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	11
	12
	13
	15

★**10.** (13 分)在四面体 $ABCD$ 中,G 是△BCD 的重心,E,F,H 分别为 CD,AD,BC 的中点,化简:

(1)$\overrightarrow{AG}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$;

(2)$\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$;

(3)$\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

综合提升

11. 设棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的 8 个顶点构成集合 S,集合 $P=\{\boldsymbol{a}\mid\boldsymbol{a}=\overrightarrow{P_1P_2},P_1,P_2\in S\}$,则集合 P 中模为$\sqrt{3}$的向量的个数是 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

12. (多选题)已知四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的底面是平行四边形,则 ( )

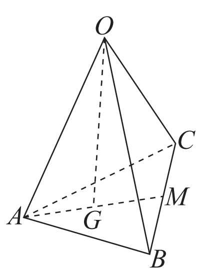
A. $\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

C. $\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

D. $\overrightarrow{B_1D}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

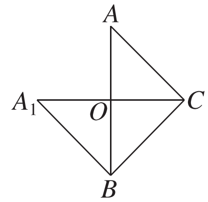
13. 如图,O 为△ABC 所在平面外一点,M 为 BC 的中点,若 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AM}$ 与 $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$ 同时成立,则实数 λ 的值为________.



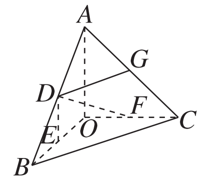
14. (15 分)图①是由三个相同的直角三角形组合而成的一个平面图形,将其沿 OB,OC 折起使得 A 与 A_1 重合,如图②,其中 D,E,F,G 分别为 AB,OB,OC,AC 的中点.

(1)用 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$ 表示 $\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}$;

(2)证明:$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{DE}$.



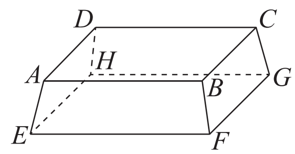
①



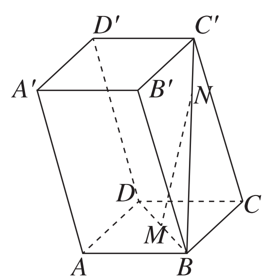
②

思维探索

15. 光岳楼,又称“余木楼”“东昌楼”,位于山东省聊城市,始建于公元 1374 年.在《中国名楼》站台票纪念册中,光岳楼与鹳雀楼、黄鹤楼、岳阳楼、太白楼、滕王阁、蓬莱阁、镇海楼、甲秀楼、大观楼共同组成中国十大名楼.其墩台为砖石砌成的正四棱台,直观图如图所示,其上缘边长与底面边长之比约为$\frac{9}{10}$,则 $\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{FB}+\frac{1}{9}\overrightarrow{DC}=$____________.



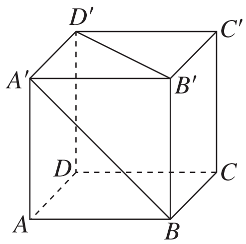
16. (15 分)如图,已知几何体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 是平行六面体.设 M 是底面 $ABCD$ 的对角线 BD 的中点,N 是 BC' 上靠近 C' 的四等分点,设 $\overrightarrow{MN}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AD}+\gamma\overrightarrow{AA'}$,试求 α,β,γ 的值.



第 2 课时　空间向量的数量积

基础巩固

1. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中，$\langle\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{B'D'}\rangle=$ (　　)



A. 30°　　B. 60°

C. 90°　　D. 120°

2. 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，则 $|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的值为 (　　)

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. 2　　D. 4

3. 在三棱锥 $O\text{-}ABC$ 中，$OB=OC$，$\angle AOB=\angle AOC=\frac{\pi}{3}$，则 $\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\rangle=$ (　　)

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

4. 在四面体 $ABCD$ 中，$\angle ACD=\angle BDC=90°$，且 $AB=2$，$CD=1$，则 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 上的投影为 (　　)

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{CD}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$　　D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

5. 已知正四面体 $PABC$ 的棱长为 2，点 D 是 $\triangle PAB$ 的重心，则 $\overrightarrow{PD}\cdot\overrightarrow{BC}=$ (　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

6. [2026·贵州铜仁高二期中] 已知正四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的所有棱长均为 1，O 为底面 $ABCD$ 内一点，且 $\overrightarrow{PO}=\frac{1}{4}\overrightarrow{PA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{PB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$，则 $\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PB}=$ (　　)

A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{7}{12}$　　C. $\frac{5}{8}$　　D. $\frac{4}{3}$

7. (多选题)在棱长均为 1 的四面体 $ABCD$ 中，下列结论正确的是 (　　)

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$

B. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}=\mathbf{0}$

C. $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}$

D. $|2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}|=2$

8. [2026·浙江杭州高二期中] 设正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，则 $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})=$________.

9. [2025·内蒙古赤峰高二期中] 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}$，$|\boldsymbol{b}|=1$，$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，则向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为________.

★10. (13 分)已知不共面的三个单位向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 两两之间的夹角均为 60°，$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$.

(1)求证：$OM\perp BC$；

(2)求 $\cos\langle\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\rangle$.

班级

姓名

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12	13	15	16
答题区														

综合提升

11. [2026·成都高二期末] 在正四面体 $P\text{-}ABC$ 中,点 E,F 分别是棱 BC,PC 的中点,则 $\cos\langle\overrightarrow{PE},\overrightarrow{AF}\rangle=$ ( )

A. $-\dfrac{1}{3}$ B. $\dfrac{1}{3}$

C. $-\dfrac{1}{6}$ D. $\dfrac{1}{6}$

12. 在正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$AB=AA_1=2$,点 P 为侧面 ABB_1A_1 内的一点,则 $\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PC_1}$ 的最小值为 ( )

A. $\dfrac{3}{2}$ B. 2

C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$

13. 已知 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$(含正方体表面)内任意一点,点 E 是棱 BC 的中点,则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AE}$ 的最大值为________.

14. (15 分)[2025·广西来宾高二期末] 已知 A,B,C,P 为空间内不共面的四点,G 为 $\triangle ABC$ 的重心.

(1)若 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=k\overrightarrow{PG}$,求 k 的值;

(2)若向量 $\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC}$ 的模长均为 2,且两两夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$,求 $|\overrightarrow{PG}|$.

思维探索

15. 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$,$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=1$,$|\boldsymbol{c}|=4$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}$ 的值为________.

16. 点 P 是底面边长为 $2\sqrt{3}$,高为 2 的正三棱柱表面上的一个动点,MN 是该三棱柱内切球的一条直径,则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围是________.

1.1.2 空间向量基本定理

基础巩固

1. 已知点 M 在平面 ABC 内，并且对于空间任意一点 O，都有 $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，则 x 的值是 ( )

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{2}{3}$　D. $\frac{5}{6}$

2. ［2026·广东江门高二期中］若$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$是空间向量的一组基底，且向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{e}_1+t\boldsymbol{e}_3$ 不能构成空间向量的一组基底，则 $t=$ ( )

A. -1　B. 1　C. 0　D. -2

★3. 已知在四面体 $ABCD$ 中，M，N 分别是 BC，AD 的中点，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{MN}=$ ( )

A. $\frac{1}{2}(-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　B. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$

C. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　D. $\frac{1}{2}(-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

4. 在四面体 $OABC$ 中，$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{NO}$，则 $\overrightarrow{MN}=$ ( )

A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$

B. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$

C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$

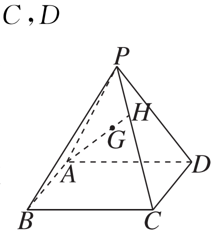
D. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$

5. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，且 $\overrightarrow{AB}=3\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-10\boldsymbol{a}+12\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=14\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$，则一定共线的三点是 ( )

A. A，B，C　B. B，C，D

C. A，B，D　D. A，C，D

6. 如图所示，若 P 为平行四边形 $ABCD$ 所在平面外一点，H 为 PC 上的点，且$\frac{PH}{HC}=\frac{1}{2}$，点 G 在 AH 上，且$\frac{AG}{AH}=m$. 若 G，B，P，D 四点共面，则 $m=$ ( )



A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{3}{4}$　C. $\frac{3}{4}$　D. $-\frac{2}{3}$

★7. (多选题)已知空间四点 A，B，C，D 及空间任意一点 O，由下列条件一定可以得出 A，B，C，D 四点共面的有 ( )

A. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{OA}=3\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{DO}$

C. $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{BO}+3\overrightarrow{AO}-5\overrightarrow{DO}$

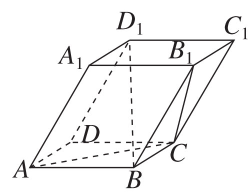
8. 在四面体 $OABC$ 中，M，N 分别是 BC，OA 的中点，设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，则用基底$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$表示向量 $\overrightarrow{MN}=$________.

9. 已知 A，B，C 三点共线，则对空间中任一点 O，若 $\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OB}+\mu\overrightarrow{OC}$，则 $\mu=$________；如果存在三个不为 0 的实数 λ，m，n，使 $\lambda\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}+n\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，那么 $\lambda+m+n$ 的值为________.

10. (13 分)［2026·浙江金华高二月考］在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，以顶点 A 为端点的三条棱长均为 1，且两两夹角均为 60°. 记 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{BD_1}$，并求$|\overrightarrow{BD_1}|$.

(2)线段 B_1C 上是否存在点 P，使得 $\overrightarrow{BD_1}$，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{A_1P}$ 是共面向量？若存在，求出$\frac{B_1P}{B_1C}$的值；若不存在，请说明理由.



综合提升

11. [2026·陕西汉中高二月考] 在四面体 $OABC$ 中,$OA=1,OB=2,OC=2,\angle AOB=\angle AOC=\angle BOC=\frac{\pi}{3}$,空间一点 M 满足 $\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+m\overrightarrow{OC}$,若 A,B,C,M 四点共面,则 $|\overrightarrow{OM}|=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

12. (多选题)关于空间向量,以下说法正确的是 ( )

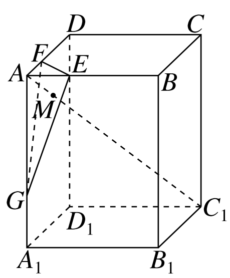
A. 非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

B. 若对空间中任意一点 O,有 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$,则 P,A,B,C 四点共面

C. 空间四个点 P,A,B,C,若 $\overrightarrow{PC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{PA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{PB}$,则 A,B,C 三点共线

D. 设 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间向量的一组基底,则 $\{\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}\}$ 也是空间向量的一组基底

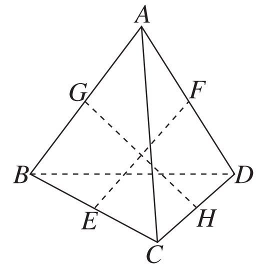
★13. 如图,在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$,$\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GA_1}$,$AC_1$ 与平面 EFG 交于点 M,则 $\frac{AM}{AC_1}=$________.



14. (15 分)如图,已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1,E,F,G,H 分别是正四面体 $ABCD$ 中各棱的中点,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{EF}$,并求 EF 的长;

(2)求 $\overrightarrow{EF}$ 与 $\overrightarrow{GH}$ 的夹角的大小.



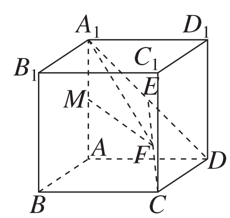
思维探索

15. 在正四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,若 $\overrightarrow{PE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{PB}$,$\overrightarrow{PF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$,平面 AEF 与棱 PD 交于点 G,若 $\overrightarrow{PG}=\lambda\overrightarrow{PD}$,则 $\lambda=$________.

16. (15 分)[2025·长春高二期中] 如图,在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E,F,M 分别是 A_1D,EC,AA_1 的中点. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(1)用基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 表示向量 $\overrightarrow{A_1F}$.

(2)在棱 BC 上是否存在一点 G,使得 $MF\perp EG$?若存在,指出点 G 的位置;若不存在,请说明理由.



1.1.3　空间向量的坐标与空间直角坐标系

第 1 课时　空间向量的坐标及运算

基础巩固

1. [2025·湖北随州第二高级中学高二月考]已知 $\boldsymbol{a}=(2,3,-4)$，$\boldsymbol{b}=(-4,-3,-2)$，$\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}\boldsymbol{x}-2\boldsymbol{a}$，则 $\boldsymbol{x}$ 等于　（　　）

A. $(0,3,-6)$　　B. $(0,6,-20)$

C. $(0,6,-6)$　　D. $(6,6,-6)$

2. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，$\boldsymbol{a}=(1,1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,y,z)$，$\boldsymbol{c}=(x,-4,2)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$　（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. 0

C. 3　　D. $3\sqrt{2}$

3. [2026·杭州高二期中]已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,0,2)$，$\boldsymbol{b}=\left(-\frac{1}{2},1,-\frac{3}{2}\right)$，$\boldsymbol{c}=(1,-2,3)$，则下列结论正确的是　（　　）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直

B. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ 共线

C. $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 所成角为钝角

D. $7\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{c}$ 上的投影为 $4\boldsymbol{c}$

4. 已知 $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$ 是空间向量的一组单位正交基底，且 $\overrightarrow{AB}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，$\overrightarrow{CD}=2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 夹角的正弦值为　（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

5. 若向量 $\boldsymbol{a}=(2,1,-2)$，$\boldsymbol{e}/\!/\boldsymbol{a}$ 且 $|\boldsymbol{e}|=1$，则 $\boldsymbol{e}=$　（　　）

A. $\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$或$\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

B. $\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$

C. $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

D. $\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$或$\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$

6. 已知空间向量 $\overrightarrow{PA}=(1,2,4)$，$\overrightarrow{PB}=(5,-1,3)$，$\overrightarrow{PC}=(m,n,-1)$，则“$P,A,B,C$ 四点共面”是“$10m+17n=-11$”的　（　　）

A. 充分不必要条件

B. 充要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

7. (多选题)已知空间中两个向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,0)$，$\boldsymbol{b}=(-1,0,2)$，则下列结论正确的是　（　　）

A. 若 $|\boldsymbol{c}|=3$，且 $\boldsymbol{c}/\!/(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$，则 $\boldsymbol{c}=(2,1,-2)$

B. $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. 若 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $k\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 垂直，则 k 的值为 2

D. 若 $\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\mu(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$ 与向量 $(0,0,1)$ 垂直，则 λ,μ 应满足 $\lambda-\mu=0$

8. 已知空间中两个向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2,0)$，$\overrightarrow{AC}=(2,0,2)$，则 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影的数量为________.

9. [2025·江苏泰州高二期中]已知向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 $(2,3,4)$，则 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为________.

10. (13 分)已知空间中两个向量 $\overrightarrow{AB}=(-2,-1,3)$，$\overrightarrow{AC}=(1,-3,2)$.

(1)求以线段 AB，AC 为邻边的平行四边形的面积；

(2)若向量 $\boldsymbol{a}$ 分别与 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 垂直，且 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，求 $\boldsymbol{a}$ 的坐标.

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 15 16

综合提升

11. 已知 $\overrightarrow{BA}=(1,2,-2)$，$\overrightarrow{BC}=(0,3,0)$，则$\triangle ABC$的面积为　　(　　)

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$　　B. $3\sqrt{5}$

C. $\frac{9}{2}$　　D. 3

12. [2026·太原高二期中] 已知 $\overrightarrow{OA}=(a,b,0)$ $(a<b)$为单位向量，且 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}=(1,1,0)$的夹角的余弦值为$\frac{7\sqrt{2}}{10}$，若向量 $\overrightarrow{OB}=(0,b,c)$，则 $\cos\angle AOB$　　(　　)

A. 有最大值$\frac{4}{5}$　　B. 有最小值$\frac{4}{5}$

C. 有最大值$\frac{3}{5}$　　D. 有最小值$\frac{3}{5}$

13. (多选题)[2025·安徽亳州高二期末] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，$A(1,t-4,3)$，$B(2,4,t)$，则　　(　　)

A. 存在 $t\in\mathbf{R}$，使得$|\overrightarrow{OB}|=2|\overrightarrow{OA}|$

B. 存在 $t\in\mathbf{R}$，使得$|\overrightarrow{AB}|=2$

C. 若向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 的夹角是锐角，则 t 的取值范围是$(2,+\infty)$

D. 若向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 的夹角是钝角，则 t 的取值范围是$(-\infty,2)$

14. (15分)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,-1)$，$\boldsymbol{b}=(3,t,0)$.

(1)若 $t=3$，求$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$；

(2)求证：对任意 $t\in\mathbf{R}$，$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 不垂直；

(3)若 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}=(0,0,1)$平行，求 λ，t 的值.

思维探索

15. (多选题)设向量 $\boldsymbol{u}=(a,b,0)$，$\boldsymbol{v}=(c,d,1)$，其中 $a^2+b^2=c^2+d^2=1$，则下列说法正确的是　　(　　)

A. 向量 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$的夹角为定值(与 c，d 的值无关)

B. $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}$ 的最大值为$\sqrt{2}$

C. $\boldsymbol{u}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的夹角的最大值为$\frac{3\pi}{4}$

D. $ad-bc$ 的最大值为 1

16. 设空间中两个单位向量 $\overrightarrow{OA}=(m,n,0)$，$\overrightarrow{OB}=(0,s,t)$与向量 $\overrightarrow{OC}=(1,1,1)$的夹角的余弦值都等于$\frac{\sqrt{6}}{3}$，则$\angle AOB=$________.

第 2 课时　空间直角坐标系及空间向量坐标的应用

基础巩固

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，设点 B 是点 $A(2,3,4)$ 关于 xOy 平面的对称点，则 $|\overrightarrow{AB}|=$　(　　)

A. 8　　B. $2\sqrt{2}$

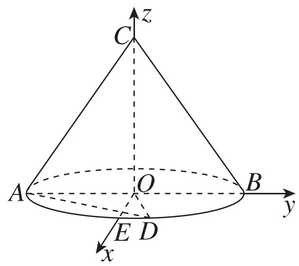
C. 29　　D. $\sqrt{29}$

2. ［2025·长沙高二期末］在平行四边形 $ABCD$ 中，$A(1,-2,3)$，$B(-4,5,6)$，$C(0,1,2)$，则点 D 的坐标为　(　　)

A. $(5,-6,-1)$　　B. $(-5,8,5)$

C. $(-5,6,1)$　　D. $(5,-8,-5)$

3. 如图，圆锥的底面直径 $AB=4$，高 $OC=2\sqrt{2}$，D 为底面圆周上的一点，且 $\angle AOD=\dfrac{2\pi}{3}$，则点 D 的坐标为　(　　)



A. $(-\sqrt{3},1,0)$　　B. $(\sqrt{3},1,0)$

C. $(\sqrt{3},-1,0)$　　D. $(-\sqrt{3},-1,0)$

4. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知 $A(1,1,0)$，$B(2,-1,1)$，则线段 AB 的中点到点 O 的距离为　(　　)

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　B. $\dfrac{5}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

5. 已知点 $A(1,-2,11)$，$B(4,2,3)$，$C(6,-1,4)$，则 $\triangle ABC$ 的形状是　(　　)

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形

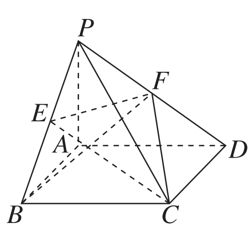
C. 直角三角形　　D. 等腰直角三角形

6. 已知空间中三点 $O(0,0,0)$，$A(-1,1,0)$，$B(0,2,1)$，在直线 OA 上有一点 H 满足 $BH\perp OA$，则点 H 的坐标为　(　　)

A. $(-1,1,0)$　　B. $(-1,0,0)$

C. $(-1,-1,1)$　　D. $(1,1,0)$

7. (多选题)如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为矩形，E，F 分别为 PB，PD 的中点，则　(　　)



A. $\overrightarrow{BF}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影为 $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

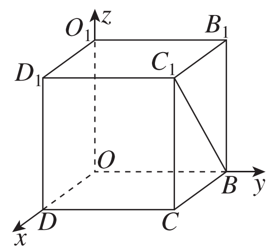
B. $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影为 $\overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{CE}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影为 $-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{CF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影为 $-\overrightarrow{AB}$

8. 光源 $P(3,2,1)$ 经过 yOz 平面反射后经过 $Q(1,6,5)$，则反射点 R 的坐标为________.

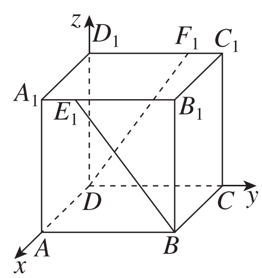
9. 如图，在棱长为 2 的正方体 $OBCD$-$O_1B_1C_1D_1$ 中，以 O 为坐标原点，$\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OO_1}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向建立空间直角坐标系，则向量 $\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{BC_1}$ 的夹角为________.



10. (13 分)［2026·安徽阜阳高二期中］如图，在空间直角坐标系中，正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，E_1 是棱 A_1B_1 上靠近点 A_1 的四等分点，F_1 在棱 C_1D_1 上，且 $D_1F_1=3F_1C_1$.

(1)求向量 $\overrightarrow{BE_1}$，$\overrightarrow{DF_1}$ 的坐标；

(2)求 $\overrightarrow{BE_1}$ 在 $\overrightarrow{DF_1}$ 上的投影的坐标.



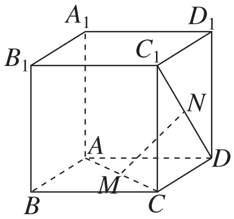
班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
11	
12	
13	

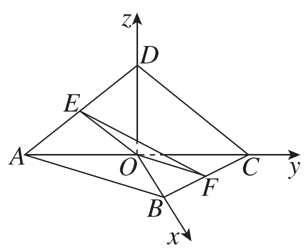
综合提升

11. 已知正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，M,N 分别是面对角线 AC，C_1D 上的点，且 $\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{C_1D}$，则 MN 的长为 ( )



A. $\sqrt{3}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. (多选题)在菱形纸片 $ABCD$ 中，E,F 分别为 AD,BC 的中点，O 是菱形 $ABCD$ 的中心，$AB=2$，$\angle ABC=\frac{2\pi}{3}$，将菱形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，使平面 $ACD\perp$平面 ABC，以 O 为原点，$\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，则 ( )



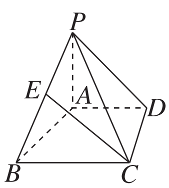
A. $E\left(0,-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

B. $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0\right)$

C. $\overrightarrow{EF}=\left(\frac{1}{2},\sqrt{3},-\frac{1}{2}\right)$

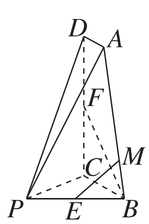
D. $\cos\angle EOF=-\frac{3}{4}$

13. 如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，$PA=AD=CD=2$，$BC=3$，$PC=2\sqrt{3}$，E 为 PB 的中点，$CD\perp BC$，则 CE 的长度为________.



14. (15 分)如图所示，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$\triangle PBC$ 为等腰直角三角形，且 $\angle CPB=90°$，四边形 $ABCD$ 为直角梯形，满足 $AD/\!/BC$，$CD\perp AD$，$BC=CD=2AD=4$，$PD=2\sqrt{6}$.

(1)求证：$CD\perp PB$；



(2)若点 E 为 PB 的中点，点 F 为 CD 的中点，点 M 为棱 AB 上一点，当 $\overrightarrow{EM}\perp\overrightarrow{BF}$ 时，求 $\frac{|\overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{AB}|}$ 的值.

思维探索

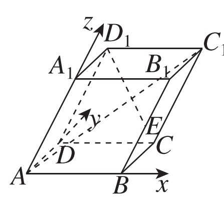
15. (17 分)[2026 · 湖北宜荆高二期中] 空间中，两两互相垂直且有公共原点的三条数轴构成直角坐标系. 如果坐标系中有两条坐标轴不垂直，那么这样的坐标系称为“斜坐标系”. 现有一种空间斜坐标系，它任意两条数轴的夹角均为 60°，我们将这种坐标系称为“斜 60°坐标系”. 我们类比空间直角坐标系，定义“空间斜 60°坐标系”下向量的斜 60°坐标：$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别为“斜 60°坐标系”下三条数轴(x 轴，y 轴，z 轴)正方向上的单位向量，若向量 $\boldsymbol{n}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$，则 $\boldsymbol{n}$ 与有序实数组 $[x,y,z]$ 一一对应，称向量 $\boldsymbol{n}$ 的斜 60°坐标为 $[x,y,z]$，记作 $\boldsymbol{n}=[x,y,z]$.

(1)若 $\boldsymbol{a}=[1,2,3]$，$\boldsymbol{b}=[-1,1,2]$，求 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的斜 60°坐标.

(2)在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=2$，$AA_1=3$，$\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=60°$，建立“空间斜 60°坐标系”如图所示.

①若 $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{EB_1}$，求向量 $\overrightarrow{ED_1}$ 的斜 60°坐标；

②若 $\overrightarrow{AM}=[3,t,0]$，且 $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{AC_1}$，求 $|\overrightarrow{AM}|$.



滚动习题（一）

范围 1.1

（时间:45 分钟　分值:100 分）

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,1,0)$,$\boldsymbol{b}=(2,0,-2)$,则$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=$　　(　　)

A. 0　　B. 2

C. 1　　D. -1

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-3,2,7)$,$\boldsymbol{b}=(1,x,-1)$,且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,则 x 的值为　　(　　)

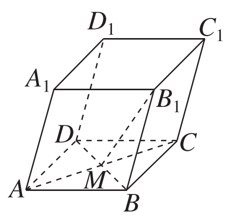
A. 4　　B. -4

C. 5　　D. -5

3. 已知空间向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2,3)$,$\overrightarrow{AC}=(2,-1,-1)$,$\overrightarrow{AD}=(9,-2,x)$,若 A,B,C,D 四点共面,则实数 x 的值为　　(　　)

A. -1　　B. 0　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

4. [2025·四川德阳高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中,M 为 AC 和 BD 的交点,若 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$,则 $\overrightarrow{MB_1}=$(　　)



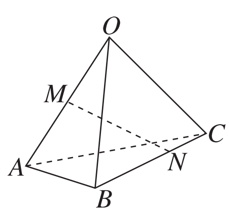
A. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

C. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

D. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

5. [2026·山东菏泽高二期末] 如图,在四面体 $OABC$ 中,$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$.点 N 在 BC 上,且 $CN=\frac{1}{2}NB$,M 为 OA 的中点,则 $\overrightarrow{MN}=$　　(　　)



A. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

B. $\frac{3}{2}\boldsymbol{a}-\frac{5}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

C. $\frac{3}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{3}\boldsymbol{b}-\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

D. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$

★6. 点 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 上一点,则 $\overrightarrow{PA_1}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的取值范围是　　(　　)

A. $\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$　　B. $\left[-1,-\frac{1}{4}\right]$

C. $[-1,0]$　　D. $\left[-\frac{1}{2},0\right]$

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 下列关于空间向量的说法中正确的是　　(　　)

A. 若非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$

B. 任意向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

C. 若$\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$为空间向量的一组基底,且 $\overrightarrow{OD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$,则 A,B,C,D 四点共面

D. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,x)$,$\boldsymbol{b}=(-3,x,9)$,若 $x<\frac{3}{10}$,则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$为钝角

8. 设空间两个单位向量 $\overrightarrow{OA}=(m,n,0)$,$\overrightarrow{OB}=(0,n,p)$与向量 $\overrightarrow{OC}=(1,1,1)$的夹角都等于 $\frac{\pi}{4}$,则 $\cos\angle AOB$ 的值可能为　　(　　)

A. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$

三、填空题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. [2026·天津河北区高二月考] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,0)$,$\boldsymbol{b}=(-1,0,2)$,若向量 $\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角,则实数 k 的取值范围为________.

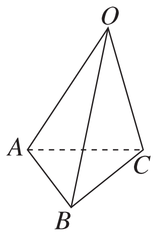
10. 已知空间三点 $A(0,0,1)$,$B(-1,1,1)$,$C(1,2,-3)$,若直线 AB 上一点 M,满足 $CM\perp AB$,则点 M 的坐标为____________.

班级

姓名

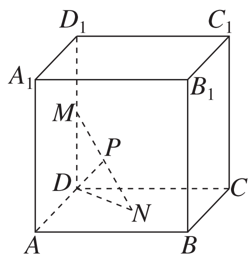
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11

11. ［2025·广东东莞高二期中］如图，在四面体 $OABC$ 中，$OA=8$，$AB=6$，$AC=4$，$BC=5$，$\angle OAC=45°$，$\angle OAB=60°$，则向量 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 所成角的余弦值为__________.

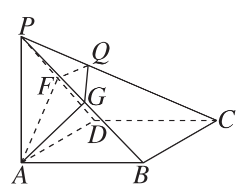


四、解答题：本大题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分)如图，已知每条棱长都为 3 的直平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$\angle BAD=60°$，长为 2 的线段 MN 的一个端点 M 在棱 DD_1 上运动，另一个端点 N 在底面 $ABCD$ 上运动，求 MN 的中点 P 的轨迹与直平行六面体的面所围成的几何体的体积.



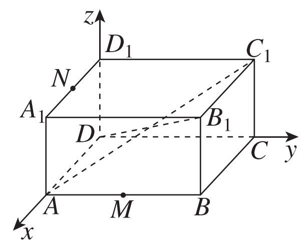
13. (15 分)如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，底面是边长为 2 的菱形，$PA=2$，$\angle DAB=60°$，点 F,G 分别为 PD,PB 的中点，设直线 PC 与平面 AFG 的交点为 Q，求$\cos\langle\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{AB}\rangle$.



14. (15 分)如图，以长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，建立空间直角坐标系，M 是 AB 的中点，N 是 A_1D_1 的中点. 已知 $\overrightarrow{DB_1}=(4,3,2)$.

(1)分别写出点 B，点 A_1 和 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标.

(2)若点 P 是棱 BC 上一个动点，是否存在点 P 使得$\triangle MNP$ 为一个等腰三角形？如果存在，求出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由.



1.2　空间向量在立体几何中的应用

1.2.1　空间中的点、直线与空间向量

基础巩固

1. 若点 $A\left(-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$，$B\left(\frac{1}{2},2,\frac{7}{2}\right)$在直线 l 上，则直线 l 的一个方向向量为　　(　　)

A. $\boldsymbol{n}=\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},1\right)$　　B. $\boldsymbol{n}=\left(\frac{1}{3},1,\frac{2}{3}\right)$

C. $\boldsymbol{n}=\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},1\right)$　　D. $\boldsymbol{n}=\left(1,\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$

2. [2026·广东汕头一中高二月考] 已知直线 l_1 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(-1,2,m)$，直线 l_2 的一个方向向量为 $\boldsymbol{b}=(2,n,-12)$，若 $l_1/\!/l_2$，则 $m+3n$ 的值是　　(　　)

A. -6　　B. 6　　C. 14　　D. -14

3. 已知异面直线 a，b 的一个方向向量分别是 $\boldsymbol{m}=(2,1,-3)$，$\boldsymbol{n}=(1,-3,2)$，则 a，b 所成角的大小是　　(　　)

A. $\frac{2\pi}{3}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

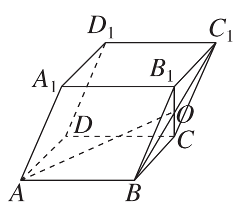
4. 在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，若 $\angle BCA=90°$，$CC_1=3BC=3CA$，则 AC_1 与 CB_1 所成角的余弦值为　　(　　)

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{9}{10}$　　D. $\frac{7}{10}$

5. 已知圆台的上底面圆 O' 的半径为 1，下底面圆 O 的半径为 2，点 A'，A 分别在上、下底面的圆周上，且 $O'A'\perp OA$，$OO'=1$，则 AA' 与 OO' 所成角的余弦值为　　(　　)

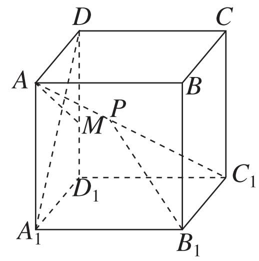
A. $\frac{\sqrt{30}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

6. [2025·山东烟台一中高二月考] 如图所示，平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长为 2，四边形 $ABCD$ 是正方形，$\angle A_1AD=\angle A_1AB=\frac{\pi}{3}$，点 O 是 B_1C 与 BC_1 的交点，则直线 AO 与 CB 所成角的余弦值为　　(　　)



A. 1　　B. $\frac{5}{6}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. (多选题)如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，P 是体对角线 AC_1 上的动点，M 是棱 DD_1 上的动点，则下列说法正确的是　　(　　)



A. 异面直线 B_1P 与 A_1D 所成的角的最小值为 $\frac{\pi}{6}$

B. 异面直线 B_1P 与 A_1D 所成的角的最大值为 $\frac{\pi}{3}$

C. 对于任意的 P，存在点 M 使得 $AM\perp B_1P$

D. 对于任意的 M，存在点 P 使得 $AM\perp B_1P$

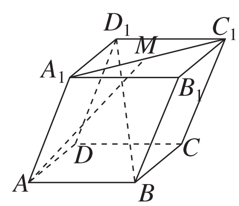
8. 已知 $A(1,1,-1)$，$B(2,3,1)$，则直线 AB 的模为 1 的方向向量是________.

9. 圆锥的底面半径为 $\sqrt{3}$，高为 2，点 C 是底面直径 AB 所对弧的中点，点 D 是母线 PB 的中点，则异面直线 AB 与 CD 所成角的余弦值为________.

10. (13 分)[2026·江西萍乡高二期末] 如图，在四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，以顶点 A 为端点的三条棱长都为 1，且两两夹角都为 60°，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，$M$ 为 A_1C_1 的中点.

(1)用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{AM}$，并求线段 AM 的长；

(2)求异面直线 AM 与 BD_1 所成角的余弦值.



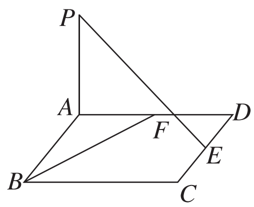
班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
11	
12	
13	
15	

综合提升

11. 如图，$PA\perp$平面$ABCD$，四边形$ABCD$为正方形，E是CD的中点，F是AD上一点，则当$BF\perp PE$时，$AF:FD=$（　）



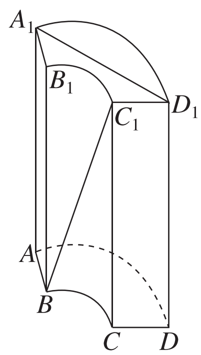
A. 1∶1　　B. 1∶2

C. 2∶1　　D. 2∶3

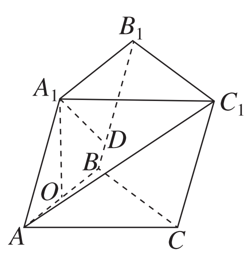
★12. （多选题）在三棱锥A-BCD中，平面$ABD\perp$平面BCD，$BD\perp CD$，$BD=CD=2$，$\triangle ABD$为等边三角形，E是棱AC的中点，F是棱AD上一点，若异面直线DE与BF所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{14}}{28}$，则AF的值可能为（　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{5}{3}$

13. ［2025·长春高二期中］“曲池”是《九章算术》中记载的一种几何体，该几何体是上、下底面均为扇环形的柱体（扇环是指圆环被扇形截得的部分）.现有一个如图所示的“曲池”，$AA_1\perp$平面$ABCD$，$AA_1=4$，底面扇环所对的圆心角为$\frac{\pi}{2}$，$\overset{\frown}{AD}$的长度是$\overset{\frown}{BC}$长度的2倍，$CD=1$，则异面直线A_1D_1与BC_1所成角的余弦值为________.



14. （15分）已知斜三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$的各棱长都为4，$\angle A_1AB=60^\circ$，点A_1在下底面ABC的投影为AB的中点O.在棱BB_1上是否存在一点D使$A_1D\perp AC_1$？若存在，求出BD的长；若不存在，请说明理由.



思维探索

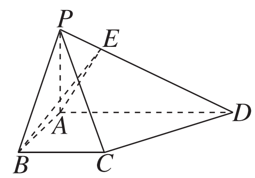
15. 设正方体$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，P为空间中一点，若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AD_1}$（$\lambda\in[0,1]$），则异面直线$BP$和$C_1D$所成角的取值不可能是（　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

16. （15分）如图所示，在四棱锥P-$ABCD$中，底面$ABCD$是直角梯形，$\angle BAD=90^\circ$，$AD\parallel BC$，$AB=BC=a$，$AD=2a$，且$PA\perp$底面$ABCD$，PD与底面$ABCD$所成角为30°.

(1)若$AE\perp PD$，E为垂足，求证：$BE\perp PD$；

(2)求异面直线AE与CD所成角的余弦值.



1.2.2 空间中的平面与空间向量

基础巩固

1. 在空间直角坐标系中，$A(1,2,1)$，$B(0,0,2)$，$C(2,1,3)$，则 A,B,C 三点所在平面的一个法向量的坐标是 ( )

A. $(1,1,-1)$　B. $(1,-1,-1)$

C. $(2,1,-1)$　D. $(2,-1,-1)$

2. 下列说法中正确的是 ( )

A. 如果直线 l 与平面 α 外的一条直线 l' 在平面 α 内的射影垂直，则 $l\perp l'$

B. 如果直线 l 与平面 α 外的一条直线 l' 垂直，则 l 与 l' 在平面 α 内的射影垂直

C. 如果向量 $\boldsymbol{a}$ 与直线 l 在平面 α 内的射影垂直，则 $\boldsymbol{a}\perp l$

D. 如果非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和平面 α 平行，且和直线 l 垂直，直线 l 不与平面 α 垂直，则 $\boldsymbol{a}$ 垂直于 l 在平面 α 内的射影

3. [2026·河北邯郸高二期中] 已知点 $P_0(2,-1,1)$ 在平面 α 内，向量 $\boldsymbol{n}=(1,1,-2)$ 为平面 α 的一个法向量，则下列各点不在平面 α 内的是 ( )

A. $(1,0,1)$　B. $(0,1,1)$

C. $(-1,2,2)$　D. $(1,-2,0)$

4. [2026·广州高二期中] 若平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{u}=(2,1,5)$，平面 β 的一个法向量为 $\boldsymbol{v}=(m,-3,k)$，直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{t}=(n,-2,-10)$，则下列说法正确的是 ( )

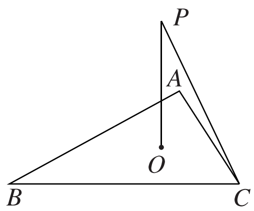
A. 若 $\alpha\perp\beta$，则 $2m-3+5k=0$

B. 若 $l\perp\alpha$，则 $n=4$

C. 若 $n=26$，则 $l/\!/\alpha$

D. 若 $\alpha/\!/\beta$，则 $m=-6$，$k=15$

5. 如图所示，已知 $PO\perp$ 平面 ABC，且 O 为 $\triangle ABC$ 的垂心，则 AB 与 PC 的位置关系是 ( )



A. 平行

B. 垂直

C. 相交

D. 不确定

6. [2026·武汉华中师大一附中高二月考] 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F,G 分别是 A_1A，C_1D_1，A_1D_1 的中点，则 ( )

A. $AB/\!/$平面 EFG　B. $A_1C/\!/$平面 EFG

C. $B_1C\perp$平面 EFG　D. $B_1D\perp$平面 EFG

7. (多选题)给出下列命题，其中是真命题的是 ( )

A. 若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(0,1,-1)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-1,-1)$，则 $l\perp\alpha$

B. 若平面 α,β 的一个法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(0,1,3)$，$\boldsymbol{n}_2=(1,6,-2)$，则 $\alpha\perp\beta$

C. 若平面 α 经过 $A(1,0,-1)$，$B(0,1,0)$，$C(-1,2,0)$ 三点，向量 $\boldsymbol{n}=(1,u,t)$ 是平面 α 的一个法向量，则 $u+t=1$

D. 已知 $A(1,2,3)$，$B(1,-1,4)$，若点 C 是点 A 关于平面 yOz 的对称点，则 B 与 C 两点间的距离为 $\sqrt{14}$

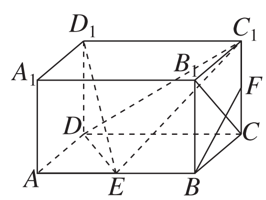
8. 在空间直角坐标系中，平面 α 与平面 β 的一个法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(2,1,1)$，$\boldsymbol{n}_2=(0,2,1)$，若 $\alpha\cap\beta=l$，则直线 l 的一个方向向量为________(写出一个方向向量的坐标即可).

9. 已知直线 m 的一个方向向量为 $\boldsymbol{m}=(1,-2,\lambda)$，直线 n 的一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(-2,4,5)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{k}=(\mu,-8,\gamma)$，$m\perp n$，$n\perp\alpha$，则 λ,μ,γ 的值依次为__________.

10. (13 分)如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$DD_1=DA=1$，$AB=2$，点 E 在棱 AB 上运动.

(1)证明：$B_1C\perp D_1E$.

(2)设 E 为棱 AB 的中点，在棱 CC_1 上是否存在一点 F，使得 $BF/\!/$平面 DEC_1？若存在，求出 $\dfrac{CF}{CC_1}$ 的值；若不存在，请说明理由.



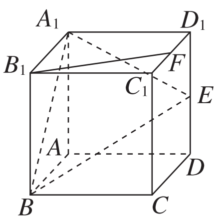
班级

姓名

答题区 题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
11	
12	
13	
15	

综合提升

11. 如图所示，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是 DD_1 的中点，点 F 在棱 C_1D_1 上，且 $\overrightarrow{C_1F}=\lambda\overrightarrow{FD_1}$，若 B_1F∥平面 A_1BE，则 $\lambda=$ （　）



A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. 1　　D. $\frac{2}{3}$

12. （多选题）在长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，$AD=AA_1=2$，P，Q，R 分别是 AB，BB_1，A_1C 上的动点，则下列结论正确的是 （　）

A. 对于任意给定的点 P，存在点 Q 使得 $D_1P\perp CQ$

B. 对于任意给定的点 Q，存在点 R 使得 $D_1R\perp CQ$

C. 当 $AR\perp A_1C$ 时，$AR\perp D_1R$

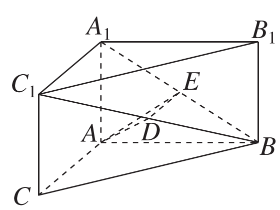
D. 当 $A_1C=3A_1R$ 时，D_1R 与平面 BDC_1 的法向量垂直

13. 已知点 $A(1,0,0)$，$B_1(1,1,2)$，$D_1(0,0,2)$，$C(0,1,0)$，若在平面 AB_1D_1 内存在点 E，使得 $CE\perp$平面 AB_1D_1，则点 E 的坐标是________.

14. （15 分）如图，在直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，$AB=2AC=4$，$AA_1=2\sqrt{3}$，$AB\perp AC$，$AD\perp BC_1$，垂足为 D，点 E 为线段 A_1B 上的一点.

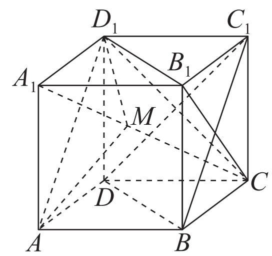
(1)若 E 为线段 A_1B 的中点，证明：DE∥平面 ABC；

(2)若平面 $ADE\perp$平面 A_1BC_1，求$\frac{A_1E}{A_1B}$的值.



思维探索

15. 如图，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{A_1M}=\lambda\overrightarrow{A_1C}$，$\lambda\in[0,1]$，则下列说法不正确的是（　）



A. 若平面 AMD_1∥平面 BC_1D，则 $\lambda=\frac{1}{3}$

B. 若平面 $AMD_1\perp$平面 B_1CD_1，则 $\lambda=\frac{1}{2}$

C. $\triangle AMD_1$ 的面积最大时，$\lambda=1$

D. $\triangle AMD_1$ 的面积最小时，$\lambda=\frac{1}{4}$

16. （15 分）在如图所示的几何体中，面 $CDEF$ 为正方形，面 $ABCD$ 为等腰梯形，且 AB∥CD，$AB=2BC$，$\angle ABC=60°$，$AC\perp FB$.

(1)求证：$AC\perp$平面 FBC.

(2)棱 ED 上是否存在点 Q，使平面 $EAC\perp$平面 QBC？证明你的结论.